

Echtzeitfähiges MIMO-Bildgebungssystem für die zerstörungsfreie Werkstoffprüfung

Marius BRINKMANN¹, Gerhard HAMBERGER¹, Frank GUMBANN¹
¹Rohde & Schwarz GmbH & Co. KG, München, Deutschland

Kontakt E-Mail: Marius.Brinkmann@rohde-schwarz.com

Kurzfassung. Das vorgestellte Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Bildgebungssystem besteht aus zwei kohärenten gegenüberliegenden multistatischen Antennenarrays mit jeweils mehr als 9000 virtuellen Kanälen und ermöglicht eine ortsaufgelöste Werkstoffprüfung, die gänzlich ohne mechanische Bewegung der Antennen auskommt. Mit einer konfigurierbaren Bandbreite von maximal 12 GHz zwischen 70 GHz und 82 GHz eignet sich das System ideal für die Untersuchung des Frequenzverhaltens von Radomen von Automobilradarsensoren. Mithilfe von beschleunigten Nahfeld-Bildgebungsverfahren können derzeit bis zu 70 dreidimensionale komplexwertige Rekonstruktionen pro Sekunde durchgeführt werden. Durch die kurze Rekonstruktionsdauer kann das System in dynamischen Szenarien eingesetzt werden, in denen die Werkstoffe mittels Förderband kontinuierlich bewegt werden.

Die Bewegung der Werkstoffe erlaubt eine Kombination der bestehenden MIMO Bildgebungsverfahren mit Inverse Synthetic Aperture Radar (ISAR) Bildgebungsverfahren. Die daraus resultierende virtuelle Vergrößerung der Apertur führt ohne zusätzlichen Hardwareaufwand zu einer deutlich verbesserten Auflösung. Bereits während der Bewegung der Werkstoffe werden Einzelmessungen rekonstruiert, die im Anschluss zu einem Gesamtvolumen kombiniert werden. Durch die verbesserte Auflösung können auch kleine Objekte mit einer Größe von wenigen Millimetern, bspw. innerhalb von Verpackungen, detektiert und lokalisiert werden.

1. Einleitung

Mikrowellenbildgebung bietet vielversprechende Möglichkeiten im Bereich der zerstörungsfreien Prüfung und der Materialcharakterisierung. Das weitreichende Spektrum an Anwendungen reicht von Anomalidetektion in Werkstoffen [5] und komplexwertiger Permittivitätsbestimmung [4] bis hin zu Tumordetektion [3]. Insbesondere im Bereich von sicherheitsrelevanten Anwendungen, in dem fehlerhafte Werkstoffe zu weitreichende Folgen führen können, ist eine Prüfung der verwendeten Werkstoffe unerlässlich.

Da jeder Produktionsschritt, in dem ein fehlerhafter Werkstoff weiterverarbeitet wird, Kosten verursacht, ist das frühzeitige Erkennen dieser Werkstoffe auch wirtschaftlich sinnvoll. Eine kontaktlose, echtzeitfähige, zerstörungsfreie Prüfung mittels Mikrowellenbildgebung ist somit ideal geeignet, um Werkstoffe direkt in der Produktionsumgebung zu überprüfen. Ein solches System, welches die beschriebenen Funktionalitäten unterstützt, wird in diesem Beitrag vorgestellt.

Der Beitrag ist wie folgt aufgebaut. In Kapitel 2 wird der Messaufbau, die verwendeten Multiple-Input Multiple-Output (MIMO) Antennenarrays und die entsprechende Auflösung beschrieben. Kapitel 3 erläutert die Grundlagen der Mikrowellenbildgebung, welche

als Basis für die in Kapitel 4 beschriebenen Techniken zur zerstörungsfreien Prüfung und Materialcharakterisierung dienen. Die beschriebenen Methoden werden mithilfe von Messergebnissen verifiziert.

2. Multistatisches Messsystem für Reflexions- und Transmissionsmessungen

Der Messaufbau besteht aus zwei zueinander ausgerichteten, gegenüberliegenden multistatischen Antennenarrays mit einem Abstand von 1 m, was sowohl Transmissions- als auch beidseitige Reflexionsmessungen ermöglicht. Das zu untersuchende Objekt (engl.: Device Under Test (DUT)) wird mittig zwischen den Antennenarrays positioniert. In Abb. 1a ist der dreidimensionale Messaufbau inklusive der Positionen der Sende- und Empfangsantennen dargestellt. Abb. 1b zeigt den realen Messaufbau in vertikaler Ausrichtung. Eine kontinuierliche Untersuchung von DUTs kann mithilfe eines Förderbands realisiert werden.

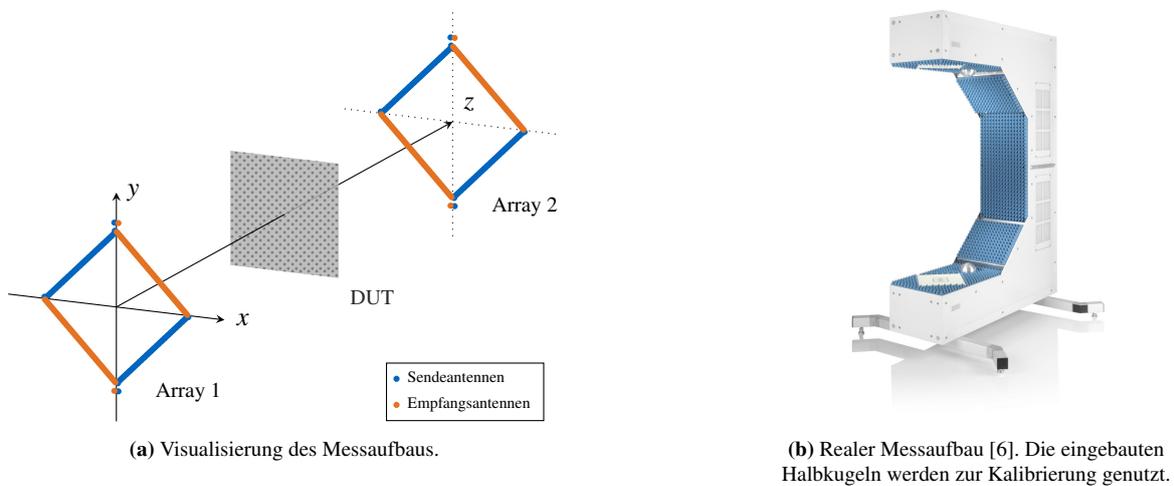


Abb. 1: Visualisierung des Messaufbaus.

2.1 Antennenarray

Im Folgenden wird der Aufbau eines einzelnen multistatischen Antennenarrays beschrieben. Das Antennenarray besteht aus 96 Sende- und 96 Empfangsantennen, wovon jeweils 94 Antennen kopolarisiert und 2 Antennen kreuzpolarisiert sind. Die Sende- und Empfangsantennen spannen eine virtuelle planare Apertur auf, welche es erlaubt eine Szene dreidimensional orts aufgelöst ohne mechanische Bewegung zu rekonstruieren. Insgesamt besitzt das Antennenarray eine Gesamtanzahl von $96 \times 96 = 9216$ virtuellen Kanälen, wovon die $94 \times 94 = 8836$ kopolarisierten virtuellen Kanälen für die Rekonstruktion genutzt werden.

Die Sende- und Empfangsantennen des ersten Antennenarrays sind linear in 45° -Richtung polarisiert, wohingegen die Sende- und Empfangsantennen des zweiten Arrays linear in -45° -Richtung polarisiert sind, sodass die Antennenarrays im globalen Koordinatensystem dieselbe Polarisationsrichtung besitzen. Dies ermöglicht eine kopolarisierte Transmissionsmessung. Insgesamt wird der Frequenzbereich von 70 GHz - 82 GHz abgedeckt, wobei maximal 1000 diskrete Frequenzpunkte genutzt werden können.

Als Modulationsart wird Stepped Frequency Continuous Wave (SFCW) eingesetzt, wobei die Orthogonalität der Sendesignale mittels Zeitmultiplex erreicht wird. Somit erhält man für jedes Sender-Empfänger Paar ein separates Signal.

2.2 Auflösung

Die laterale Auflösung in x -Richtung δ_x und y -Richtung δ_y ist aufgrund des symmetrischen Aufbaus identisch. Es gilt

$$\delta_x = \delta_y = \frac{c}{4f_{\max}} \sqrt{4\left(\frac{L}{D}\right)^2 + 1}, \quad (1)$$

wobei c die Lichtgeschwindigkeit im entsprechenden Medium, f_{\max} die maximale Frequenz, L den Abstand zwischen Antennenarray und Messobjekt und D die Seitenlänge des Arrays beschreibt [1]. Für die Berechnung der Auflösung wird die Lichtgeschwindigkeit in Vakuum $c = 299\,792\,458 \text{ m s}^{-1}$ angenommen. Die Entfernungsauflösung in z -Richtung ist durch

$$\delta_z = \frac{\frac{c}{2}}{B + f_{\min} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{2}\left(\frac{D}{L}\right)^2}}\right)} \quad (2)$$

gegeben, wobei $B = f_{\max} - f_{\min}$ gilt [1]. Gleichung (2) zeigt, dass durch die multistatische Anordnung der Sende- und Empfangsantennen nicht nur die laterale Auflösung sondern ebenfalls die Entfernungsauflösung verbessert wird. Abb. 2 stellt die laterale Auflösung und die Entfernungsauflösung über den Abstand zwischen dem DUT und einem einzelnen Antennenarray für die Frequenzbereiche 72 GHz – 82 GHz und 76 GHz – 81 GHz dar. Der markierte Abstand beschreibt den Abstand bei einer zentrierten Positionierung des DUTs zwischen beiden Antennenarrays. Bei $L = 50 \text{ cm}$ und $D = 13,80 \text{ cm}$ wird eine laterale Auflösung von 6,69 mm und eine Entfernungsauflösung von 13,23 mm bei 72 GHz – 82 GHz und eine laterale Auflösung von 6,77 mm und eine Entfernungsauflösung von 23,39 mm bei 76 GHz – 81 GHz erreicht.

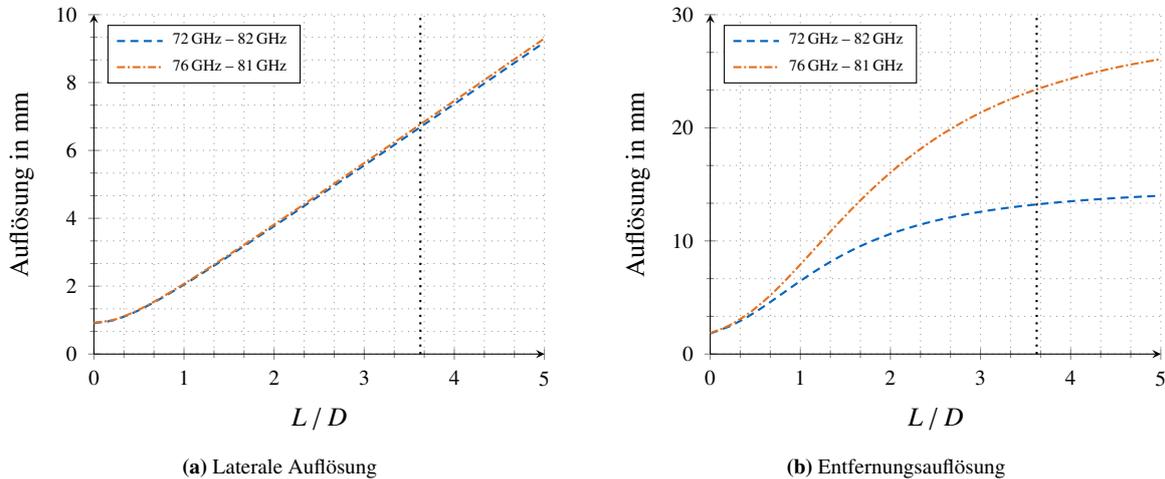


Abb. 2: Laterale Auflösung und Entfernungsauflösung für die Frequenzbereiche 72 GHz – 82 GHz und 76 GHz – 81 GHz.

Der Eindeutigkeitsbereich R_{\max} eines einzelnen Antennenarrays mit N_f diskreten Frequenzpunkten und einer Bandbreite B ist durch

$$R_{\max} = \frac{N_f - 1}{B} \frac{c}{2} \quad (3)$$

gegeben. Mit $N_f = 128$ Frequenzpunkten wird ein Eindeutigkeitsbereich von 3,81 m bei einer Bandbreite von 5 GHz und 1,90 m bei einer Bandbreite von 10 GHz erreicht. Ein Ziel in einer

Entfernung $R > R_{\max}$ wird bei

$$R' = R \bmod R_{\max} \quad (4)$$

erfasst, wobei mod die Modulo-Funktion bezeichnet. Demnach sollte bei der Vorbereitung der Messumgebung darauf geachtet werden, dass keine stark reflektierenden Ziele bei Entfernungen oberhalb von R_{\max} vorhanden sind.

3. Mikrowellenbildungung

Die Grundlagen der multistatischen Mikrowellenbildungung bilden die Basis für die in Kapitel 4 beschriebenen Methoden zur Materialcharakterisierung. Unter Annahme der Born Approximation erster Ordnung, welche die Interaktion einzelner Punktziele vernachlässigt, lässt sich die Szene am Punkt $\mathbf{p}_0 = (x, y, z) \in \mathbb{R}^3$ mittels

$$\hat{\Psi}(\mathbf{p}_0) = \sum_{\forall \mathbf{p}_t} \sum_{\forall \mathbf{p}_r} \sum_{\forall k} \frac{s(\mathbf{p}_r, \mathbf{p}_t, k)}{L(\mathbf{p}_r, \mathbf{p}_t, \mathbf{p}_0, k)} e^{jk\|\mathbf{p}_r - \mathbf{p}_0\|_2} e^{jk\|\mathbf{p}_t - \mathbf{p}_0\|_2} \quad (5)$$

rekonstruieren, wobei $s(\mathbf{p}_r, \mathbf{p}_t, k) \in \mathbb{C}$ den komplexwertige Messwert der Sendeantenne bei $\mathbf{p}_t = (x_t, y_t) \in \mathbb{R}^2$ und der Empfangsantenne bei $\mathbf{p}_r = (x_r, y_r) \in \mathbb{R}^2$ mit der Wellenzahl k beschreibt. Die frequenzabhängige Freiraumdämpfung, die winkelabhängigen Abstrahlcharakteristiken der Sende- und Empfangsantennen sowie eine optionale Aperturgewichtung sind in $L(\mathbf{p}_r, \mathbf{p}_t, \mathbf{p}_0, k) \in \mathbb{R}$ berücksichtigt. Da die Szene an jedem Punkt mit der komplexkonjugierten Version der Punktzielantwort multipliziert wird, wird (5) auch als Optimalfilterbasierte Rekonstruktion betrachtet [1].

Die Berechnung von (5) ist rechenintensiv und eignet sich nicht für Echtzeitanwendungen, welche eine Rekonstruktion von dreidimensionalen Volumen mit einer hohen Anzahl von Voxeln benötigen. Beschleunigte Rekonstruktionsverfahren für multistatische Antennenarrays werden in [2], [7], [8], [9] und [10] beschrieben. Die genannten Rekonstruktionsalgorithmen stellen unterschiedliche Anforderungen an die Anordnungen der Sende- und Empfangsantennen und erreichen unterschiedliche Genauigkeiten im Vergleich zur direkten Berechnung mittels (5).

Durch die hohe Anzahl an parallelen Operationen eignet sich der Einsatz von Grafikkarten, um die Berechnung weiter zu beschleunigen. Für eine beschleunigte GPU-basierte Rekonstruktion eines Volumens der Größe $101 \times 101 \times 101$ wird mit einer NVidia T1000 derzeit eine durchschnittliche Berechnungszeit von 13,95 ms benötigt, was einer Wiederholrate von ca. 72 Volumen pro Sekunde entspricht.

Die Apertur, welche durch die Positionen der Sende- und Empfangspositionen in (5) gegeben ist, kann virtuell erweitert werden, in dem die Antennenarrays oder das DUT kontrolliert bewegt werden. Durch die virtuelle Vergrößerung der Apertur wird sowohl die laterale Auflösung als auch die Entfernungsauflösung verbessert. Dieses Verfahren wird auch als Inverse Synthetic Aperture Radar (ISAR) bezeichnet und benötigt keinerlei zusätzliche Hardware. Da die Rekonstruktion mittels (5) eine lineare Operation ist, können einzelne Teilrekonstruktionen addiert werden, d.h. es muss nicht gewartet werden bis alle Messungen durchgeführt wurden.

3.1 Kalibrierung von Multistatischen Antennenarrays

Sowohl die Sender als auch die Empfänger sind unter anderem durch mechanische Leitungslängen und Fertigungstoleranzen mit frequenzabhängigen Amplituden- und Phasenfehlern

belastet. Diese Fehler können durch komplexwertige Faktoren ausgedrückt werden und müssen durch einen Kalibrierschritt ermittelt und kompensiert werden.

Um die Kalibrierdaten zu ermitteln, kann ein Kalibrierobjekt mit bekannten bistatischen Rückstreueigenschaften an einer definierten Position befestigt werden. Das simulativ ermittelte Empfangssignal des Kalibrierobjekts kann nun mit dem unkalibrierten Messsignal verglichen werden, um die Kalibrierdaten zu ermitteln. Eine vorherige Subtraktion einer Leermessung, die mithilfe von Absorbern ermöglicht wird, reduziert zusätzlich den Einfluss von Übersprechen bei nah beieinanderliegenden Antennenpaaren.

Da eine frequenzabhängige Kalibrierung für jedes Sender-Empfänger Paar durchgeführt wird, werden demzufolge zwei Kalibriermatrizen mit den Dimensionen $N_r \times N_t \times N_f$ für die Kalibrierung eines einzelnen Antennenarrays benötigt, wobei N_r die Anzahl an Empfängern, N_t die Anzahl an Sendern und N_f die Anzahl an Frequenzpunkten beschreibt. Für die Transmissionsmessungen ist ein Vergleich mit einer simulierten Transmissionsmessung ausreichend, da das Übersprechen aufgrund des großen Abstands der Sende- und Empfangsantennen vernachlässigbar ist. Im beschriebenen System werden zur Kalibrierung zwei Halbkugeln genutzt, die an bekannter Position befestigt sind (vgl. Abb. 1b).

4. Zerstörungsfreie Prüfung

Im Folgenden werden verschiedene Methoden beschrieben, welche es ermöglichen dielektrische Materialien zu untersuchen und zu charakterisieren. Die Methoden basieren auf einer orts aufgelösten Rekonstruktion und sind daher neben der Detektion ebenfalls auch zur Lokalisierung von Anomalien geeignet.

4.1 Messung der frequenzabhängigen Reflexionsfaktoren und Transmissionsdämpfung

Um die Reflexionsfaktoren Γ_1 und Γ_2 und die Transmissionsdämpfung frequenzabhängig zu bestimmen, kann die Summe über die Wellenzahlen k in (5) eliminiert werden. Folglich erhält man für jedes rekonstruierte Voxel \mathbf{p}_0 einen Vektor $\hat{\Psi}(\mathbf{p}_0)$ bestehend aus N_f Werten, welche die komplexwertige Amplitude für jeden Frequenzpunkt beschreibt. Für $0 \leq i < N_f$ gilt

$$\left[\hat{\Psi}(\mathbf{p}_0) \right]_i = \sum_{\forall \mathbf{p}_t} \sum_{\forall \mathbf{p}_r} \frac{s(\mathbf{p}_r, \mathbf{p}_t, k_i)}{L(\mathbf{p}_r, \mathbf{p}_t, \mathbf{p}_0, k_i)} e^{jk_i \|\mathbf{p}_r - \mathbf{p}_0\|_2} e^{jk_i \|\mathbf{p}_t - \mathbf{p}_0\|_2}. \quad (6)$$

Bei einer idealen Kalibrierung der Antennenarrays und einer idealen Kompensation der Freiraumdämpfung erhält man für jedes Sender-Empfänger Paar die gleiche komplexwertige Amplitude. Platziert man nun ein DUT zwischen den Antennenarrays, kann die Transmissionsdämpfung bestimmt werden, indem die Amplituden verglichen werden. Sollten durch die Kalibrierung die Amplitudenfehler der Sender-Empfänger Paare nicht ideal kompensiert werden, ist es durch den relativen Vergleich der Amplituden der Freiraummessung und der Messung des DUTs weiterhin möglich die Transmissionsdämpfung zu bestimmen. Der Vergleich mit der Freiraummessung wird als Normalisierungsschritt betrachtet.

Die Bestimmung der Reflexionsdämpfung funktioniert im gleichen Prinzip, jedoch wird für die Normalisierung eine Reflexionsmessung mit bekannter Antwort herangezogen. Hierfür eignet sich beispielsweise eine Messung mit einer Metallplatte, welche an die gleiche Position wie das DUT gebracht wird, wodurch mögliche winkelabhängige Amplitudenfehler weiter reduziert werden können.

Während monostatische Radarsysteme durch die fehlende Winkelauflösung nicht ermöglichen, die Transmissions- und Reflexionsdämpfung orts aufgelöst zu bestimmen, kann

mithilfe des MIMO-Ansatzes ein ausgewählter Bereich untersucht werden. Dies ist insbesondere dann hilfreich, wenn das zu untersuchende DUT nicht aus einem größeren Gesamtsystem entfernt werden kann.

Soll beispielsweise ein Radom untersucht werden, welches fest in einer Stoßstange verbaut ist, kann die Stoßstange das Messergebnis bei monostatischen Messungen verfälschen, sofern die Richtwirkung der Antennen nicht ausreicht, um ausschließlich den gewünschten Bereich zu untersuchen. Falls beispielsweise durch Brechung, Beugung, oder Reflexionen zusätzliche Signalanteile den Empfänger erreichen, welche bei der Freiraummessung keinen Einfluss haben, kann die ermittelte Amplitude unter Umständen sogar höher sein als bei der Freiraummessung.

Bei der Bestimmung der Reflexions- und Transmissionsdämpfung ist darauf zu achten, dass eine geeignete Aperturgewichtung genutzt wird. Bei der Wahl der Aperturgewichtung muss ein Kompromiss zwischen der räumlichen Auflösung im rekonstruierten Volumen und der Nebenkeulendämpfung getroffen werden, da sich die Nebenkeulen der Punktzielantwort überlagern und somit die Genauigkeit der Amplitude reduzieren können.

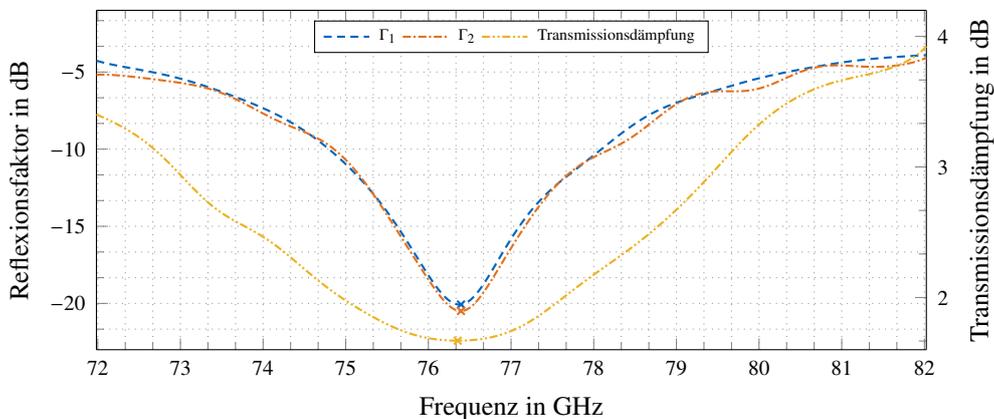


Abb. 3: Messung der frequenz aufgelösten Reflexionsfaktoren Γ_1 und Γ_2 und der Transmissionsdämpfung im Frequenzbereich 72 GHz – 82 GHz.

Abb. 3 zeigt die Reflexionsfaktoren und die gemittelte Transmissionsdämpfung einer Glaskeramikplatte, welche parallel zu den Antennenarrays ausgerichtet wurde. Die Auswertung erfolgt bei $p_0 = (0 \text{ m}, 0 \text{ m}, 0,5 \text{ m})$. Die Resonanzfrequenz bei ca. 76,4 GHz vereinfacht den Vergleich der Reflexionsfaktoren und der Transmissionsdämpfung. Die Transmissionsdämpfung ist demnach bei der Frequenz am niedrigsten bei der die Reflexionsfaktoren ihr Minimum erreichen. Die Standardabweichung der Differenz der Reflexionsfaktoren liegt bei lediglich 0,26 dB, wobei die maximale Abweichung bei 0,91 dB liegt.

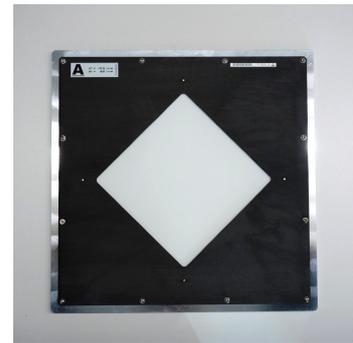
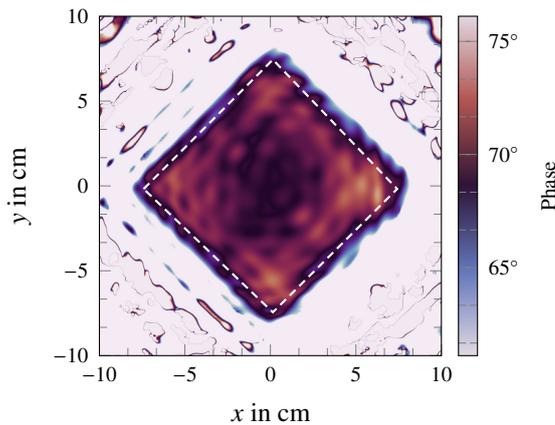
Es ist anzumerken, dass es zu Abweichungen bei den Reflexionsfaktoren kommen kann, sofern das DUT nicht achsensymmetrisch zur x - und y -Achse orientiert ist. Dies ist sowohl der Fall bei asymmetrischen DUTs als auch bei einer fehlerhaften Positionierung des DUTs.

4.2 Untersuchung der Phasenhomogenität

Neben der Reflexionsfaktoren und der Transmissionsdämpfung ist ebenfalls die Phasenverteilung von großem Interesse. Wird erneut die Anwendung der Radomcharakterisierung im Automobilbereich betrachtet, kann eine inhomogene Verteilung der Phase zu einer Verzerrung des Sende- und Empfangssignals und im schlimmsten Fall zu fehlerhaften Detektionen führen.

Durch die komplexwertige Rekonstruktion des Volumens mittels (5) kann neben der Amplitude auch die Phase ermittelt werden. Abb. 4a zeigt die zweidimensionale Phasenverteilung der Glaskeramikplatte in Abb. 4b bei $z = 0,5$ m mit einer Tukey Aperturgewichtung. Die Tukey Aperturgewichtung reduziert die Nebenkeulen im Vergleich zur Rechteckgewichtung, erlaubt jedoch weiterhin eine hochauflösende Rekonstruktion. Wie zuvor muss bei der Wahl der Aperturgewichtung ein Kompromiss zwischen Nebenkeulendämpfung und räumlicher Auflösung getroffen werden.

Die Ergebnisse in Abb. 4a zeigen, dass die Phase über den markierten Bereich mit der Größe $15 \text{ cm} \times 15 \text{ cm}$ mit einer Standardabweichung von $1,22^\circ$ verteilt ist. Die bildgebende Auswertung ermöglicht es zu erkennen in welchen Bereichen es die größten Abweichung gibt.



(a) Phasenverteilung der Glaskeramikplatte im Frequenzbereich 76 GHz – 81 GHz (Transmission) normiert auf die Phase im Zentrum. Innerhalb des markierten Bereichs hat die Phase eine Standardabweichung von $1,12^\circ$.

(b) Fotografie der Glaskeramikplatte.

Abb. 4: Phasenverteilung mit einem Dynamikbereich von 15° und Fotografie der untersuchten Glaskeramikplatte.

5. Fazit & Ausblick

Das vorgestellte System bietet eine Schnittstelle für eine vollautomatisierte zerstörungsfreie Werkstoffprüfung in Produktionsumgebungen. Der MIMO-Ansatz reduziert den Hardwareaufwand gegenüber monostatischen Antennenarrays und erlaubt durch die planare Anordnung der Sende- und Empfangsantennen zusätzlich eine dreidimensionale bildgebende Rekonstruktion ohne mechanische Bewegung des Antennenarrays oder des DUTs.

Für Anwendungen, in denen die laterale Auflösung nicht ausreichend ist, können ISAR Techniken eingesetzt werden, um die Apertur des Systems virtuell zu vergrößern, wodurch die räumliche Auflösung verbessert wird. Betrachtet man erneut Produktionsumgebungen mit Förderbändern, kann die kontrollierte Bewegung des DUTs somit genutzt werden, um die Auflösung des rekonstruierten Volumens zu verbessern.

Durch die kurze Mess- und Rekonstruktionsdauer eignet sich das Messsystem sowohl ideal für die zerstörungsfreie Prüfung in dynamischen Szenarien in Produktionsumgebungen als auch für die hochauflösende Untersuchung von einzelnen DUTs.

Literatur

- [1] S. S. Ahmed, "Electronic microwave imaging with planar multistatic arrays," Dissertation, Friedrich-Alexander-Universität Erlangen-Nürnberg (FAU), Erlangen, Deutschland, 2013.

- [2] A. Boag, "A fast multilevel domain decomposition algorithm for radar imaging," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Jg. 49, Nr. 4, S. 666–671, Apr. 2001.
- [3] E. Fear, S. Hagness, P. Meaney, M. Okoniewski und M. Stuchly, "Enhancing breast tumor detection with near-field imaging," *IEEE Microwave Magazine*, Jg. 3, Nr. 1, S. 48–56, 2002.
- [4] A. Franchois und C. Pichot, "Microwave imaging-complex permittivity reconstruction with a Levenberg-Marquardt method," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Jg. 45, Nr. 2, S. 203–215, 1997.
- [5] S. Kharkovsky, J. Case, M. Abou-Khousa, R. Zoughi und F. Hepburn, "Millimeter-wave detection of localized anomalies in the space shuttle external fuel tank insulating foam," *IEEE Transactions on Instrumentation and Measurement*, Jg. 55, Nr. 4, S. 1250–1257, 2006.
- [6] Rohde & Schwarz, *QAR50 Radome Tester*, https://www.rohde-schwarz.com/de/produkte/messtechnik/radomtester/rs-qar50_63493-1138625.html, Stand: 28.03.2022.
- [7] J. Wang, P. Aubry und A. Yarovoy, "3-D short-range imaging with irregular MIMO arrays using NUFFT-based range migration algorithm," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Jg. 58, Nr. 7, S. 4730–4742, Juli 2020.
- [8] R. Zhu, J. Zhou, G. Jiang und Q. Fu, "Range Migration Algorithm for near-field MIMO-SAR imaging," *IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters*, Jg. 14, Nr. 12, S. 2280–2284, Dez. 2017.
- [9] X. Zhuge, A. G. Yarovoy, T. Savelyev und L. Ligthart, "Modified Kirchhoff migration for UWB MIMO array-based radar imaging," *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, Jg. 48, Nr. 6, S. 2692–2703, Juni 2010.
- [10] X. Zhuge und A. G. Yarovoy, "Three-dimensional near-field MIMO array imaging using range migration techniques," *IEEE Transactions on Image Processing*, Jg. 21, Nr. 6, S. 3026–3033, Juni 2012.